



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Брянский государственный технический университет

Кафедра «Общей физики»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № _____

(название лабораторной работы)

Выполнил студент группы _____

(Ф.И.О)

Отметка о допуске: _____

Отметка о защите: _____

Брянск 20 ____

Лабораторная работа №1

изучение законов динамики вращательного движения твёрдого тела

Цель работы: экспериментально проверить основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси, а также установить связь между моментом инерции тела и его положением относительно оси вращения.

Задачи работы:

1. Проверить справедливость основного уравнения динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси, найти значения момента сил трения, определить момент инерции маятника Обербека.
2. Установить связь между моментом инерции грузов, закреплённых на спицах маятника, и их положением относительно оси вращения.

краткое теоретическое введение

Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси имеет вид:

$$\overline{M} = \frac{d\overline{L}}{dt} \quad (1)$$

где $\overline{M}$ - суммарный момент внешних сил, действующих на тело, относительно оси вращения;

$\frac{d\overline{L}}{dt}$ - производная от момента количества движения;

$\overline{L} = I \cdot \overline{\omega}$ - момент количества движения твёрдого тела относительно оси вращения, $\overline{\omega}$ - угловая скорость вращения тела, $I = \sum I_i = \sum m_i \cdot r_i^2$ - момент инерции тела относительно данной оси вращения, равный сумме моментов инерции материальных точек m_i , находящихся на кратчайшем расстоянии r_i относительно этой оси.

Момент инерции тела I относительно произвольной оси, параллельной оси, проходящей через центр масс, определяется по теореме Гюйгенса-Штейнера:

$$I = I_o + m \cdot a^2 \quad (2)$$

где I_o - момент инерции тела относительно оси вращения, проходящей через центр его масс, m - масса тела, a - кратчайшее расстояние между осями.

Если за время движения момент инерции не измениться (что реализуется в данной установке), т.е. $I = const$, то уравнение (1) принимает вид:

$$\overline{M} = I \cdot \overline{\beta} \quad (3)$$

где $\overline{\beta} = \frac{d\overline{\omega}}{dt}$ - угловое ускорение тела, связанное с тангенциальным ускорением a_t любой точки тела равенством:

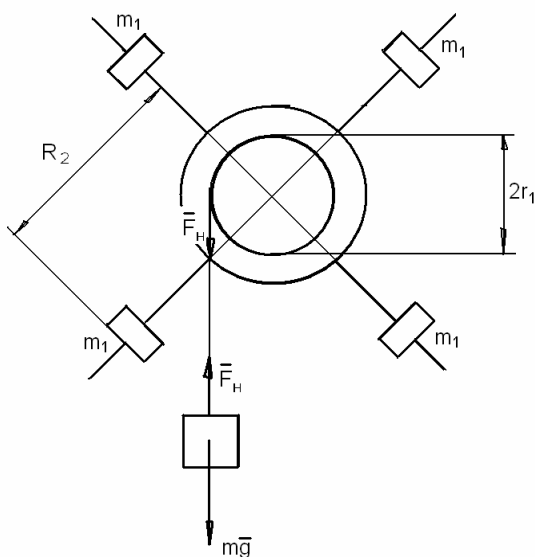
$$a_t = [\overline{r} \cdot \overline{\beta}] \quad (4)$$

Из уравнения (3) следует, что если вращающееся тело и ось неизменны, то угловое ускорение пропорционально суммарному моменту сил, т.е.

$$\frac{M_1}{\beta_1} = \frac{M_2}{\beta_2} = \dots I = const \quad (5)$$

описание метода и установки

Для изучения законов вращательного движения используется



установка, состоящая из двух шкивов, закреплённых на оси О (рис. 1) и четырёх крестообразно расположенных спиц для установки грузов m_1 . Вся система приводится во вращение при помощи груза m , прикреплённого к концу нити, намотанной на один из шкивов. Установка называется маятник Обербека. Основное уравнение динамики вращательного движения (3) для маятника Обербека запишется в виде:

$$M_{вр.} - M_{тр.} = I \cdot \beta \quad (6)$$

где $M_{тр.}$ - момент силы трения на оси вращения;

$M_{вр.}$ - вращающий момент, созданный нитью, причём по определению:

$$M_{вр.} = F_H \cdot r_1 \quad (7)$$

где r_1 - радиус шкива, на который намотана нить; F_H - сила натяжения нити.

Сила натяжения нити определяется на основании основного уравнения динамики для груза m :

$$F_H = m(g - a) \quad (8)$$

где a - ускорение груза m , определяемое соотношением:

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (9)$$

h - перемещение груза за время t .

При отсутствии проскальзывания нити относительно поверхности шкива ускорение груза a равно тангенциальному ускорению точек поверхности шкива a_t , поэтому на основании соотношения (4) угловое ускорение

$$\beta = \frac{a_t}{r_1} = \frac{a}{r_1} \quad (10)$$

Таким образом, соотношение (5) для маятника Обербека имеет вид

$$\frac{M_{\text{вп}1} - M_{\text{тр}}}{\beta_1} = \frac{M_{\text{вп}2} - M_{\text{тр}}}{\beta_2} = I = \text{const} \quad (11)$$

Поскольку момент силы трения $M_{\text{тр}}$ является неизвестной величиной, непосредственно проверить основное уравнение (11) нельзя.

Однако, при $M_{\text{тр}} = \text{const}$, из соотношения (5) видно, что угловое ускорение является линейной функцией вращающегося момента сил.

Таким образом, построив график зависимости углового ускорения β от вращающегося момента $M_{\text{вп}}$, можно доказать справедливость основного уравнения динамики (11), а следовательно и уравнения (1), определить момент сил трения $M_{\text{тр}}$, а по наклону графика найти момент инерции I маятника Обербека.

выполнение работы

Задание 1. Проверить справедливость основного уравнения динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси, найти момент силы трения, определить момент инерции маятника Обербека.

Приборы и принадлежности: маятник Обербека, система грузов, нить секундомер, линейка, концевой выключатель, приспособления для установки грузов.

порядок выполнения эксперимента

1. С разрешения преподавателя включить установку.
2. Зафиксировать конец нити на выступе шкива меньшего радиуса ($r_1 = 21\text{мм.}$) и, вращая маятник по часовой стрелке, намотать её на поверхность шкива.
3. Подвесив на конец нити груз $m = 100\text{г.}$, установить его помощью прямоугольного треугольника на высоте h , рекомендуем $h=1,2\text{ м.}$
4. Кнопкой «Сброс» установить нуль секундомера.

5. Нажать кнопку «Пуск», при этом маятник Обербека начинает вращаться. Держать кнопку «Пуск» до тех пор, пока груз m не выключит секундомер, коснувшись концевого выключателя в нижнем положении.
6. Записать значения величин t , m , h , r_1 в таблицу 1.
7. Повторить измерение с грузами 120, 140, 160, 180 г., причём для груза 120г опыт повторить три раза для определения погрешности измерения.
8. Выполнить аналогичные измерения на шкиве большого радиуса с грузами 100, 120, 140, 160, 180г. данные также занести в таблицу 1.
9. По формулам (7) и (8) вычислить вращающие моменты сил в каждом опыте, а по формулам (9) и (10) вычислить соответствующее линейное и угловое ускорения.
10. Построить график зависимости углового ускорения - β маятника Обербека от вращающего момента $M_{вр}$ - силы натяжения и по его виду сделать вывод о справедливости основного уравнения динамики (5).
11. Определить момент сил трения $M_{тр}$, экстраполируя график до пересечения с осью $M_{вр}$.

Таблица 1.

№ опыта	h, м	t, с	г, м	m, кг	$a, м / с^2$	$\beta, с^{-2}$	$M_{вр., Н \cdot м}$	$M_{тр., Н \cdot м}$	$I, кг \cdot м^2$	R, м
1										
2										
...										
n										

12. Найти момент инерции маятника Обербека, построив треугольник на графике с катетами $\Delta M_{вр}$ и $\Delta \beta$: $I = \frac{\Delta M_{вр}}{\Delta \beta}$.
13. Вычислить погрешность при определении момента инерции маятника Обербека и записать результат в виде доверительного интервала.

Задание 2. Установить связь между моментом инерции грузов, закреплённых на спицах маятника, и их положением относительно оси вращения.

порядок выполнения задания

1. Закрепить четыре груза одинаковой массы m_1 на спицах маятника на расстоянии 15 см. от оси вращения (используя специальную линейку) так, чтобы система находилась в условии безразличного равновесия.
2. Используя шкив большого радиуса ($r = 41$ мм) и груз, равный 120 г., на основании методики задания №1 и основного уравнения динамики найти момент инерции маятника Обербека с грузами m_1 : $I' = \frac{M_{\text{вп}} - M_{\text{мр}}}{\beta}$
3. Найти момент инерции грузов m_1 : $I'_{\text{гп}} = I' - I$, где I – момент инерции маятника, найденный в первом задании работы.
4. Опыт повторить три раза для определения погрешности измерения.
5. Увеличить расстояние грузов m_1 используя линейку до расстояния $R_2 = 30$ см. и аналогично определить их момент инерции: $I''_{\text{гп}} = I'' - I$. Опыт повторить три раза.
6. Найти отношение моментов инерции грузов m_1 $\frac{I'_{\text{гп}}}{I''_{\text{гп}}}$ и доверительный интервал отношения.
7. Найти отношение квадратов расстояний грузов от оси вращения $\frac{R_1^2}{R_2^2}$ и доверительный интервал отношения.
8. Сформулировать вывод о пропорциональности величин, сравнивая доверительные интервалы.

контрольные вопросы

1. На основании второго закона Ньютона для материальной точки получить второй закон динамики для вращающегося тела.
2. Дать определение кинематических характеристик, используемых в работе, их направление и единицы измерений.
3. Дать определение моментов сил, показать направления момента сил вращения и трения в данной установке.
4. Что называется моментом инерции твёрдого тела? От чего он зависит и каков его физический смысл?
5. Объяснить метод определения момента инерции маятника Обербека.
6. Объяснить метод доказательства справедливости основного уравнения динамики вращательного движения.

7. Как вы определили момент сил трения? Постоянен ли он за время эксперимента?
8. Объясните, как зависит момент инерции грузов от расстояния относительно оси вращения? Как устанавливается эта зависимость в работе?
9. Оцените теоретическое значение момента инерции грузов на основании соотношения (2).

оценка погрешности измерений

Расчетное уравнение

$$I = \frac{m(gt^2 - 2h)r^2}{2h}$$

логарифмируем

$$\ln I = \ln m + \ln(gt^2 - 2h) + 2\ln r - \ln h + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

находим частные производные:

$$\frac{\partial \ln I}{\partial m} = \frac{1}{m}; \frac{\partial \ln I}{\partial t} = \frac{2gt}{gt^2 - 2h}; \frac{\partial \ln I}{\partial h} = -\frac{2}{gt^2 - 2h} - \frac{1}{h}; \frac{\partial \ln I}{\partial r} = \frac{2}{r}$$

относительная погрешность:

$$W = \frac{\sigma_I}{I} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2gt\sigma_t}{gt^2 - 2h}\right)^2 + \left[\left(\frac{2}{gt^2 - 2h} + \frac{1}{h}\right)\sigma_h\right]^2 + \left(\frac{2\sigma_r}{r}\right)^2},$$

где σ_m , σ_h , σ_r – систематические ошибки при определении m , h , r , а σ_t – случайная ошибка.

Последняя вычисляется по уравнению

$$\sigma_t = t_{\alpha, n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2}{n(n-1)}}, \text{ где } t_{\alpha, n} - \text{коэффициент Стьюдента, } n - \text{кол-во}$$

измерений.

Абсолютная погрешность

$$\sigma_I = W \cdot I_{cp}$$

список рекомендуемой литературы

1. Трофимова Г.И. Курс физики. М.: Высш. шк., 1985. §§ 16, 18.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика. Учеб. пособие для студентов втузов. М.: Высш. шк., 1973. §§ 35, 36, 38, 39.