



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Брянский государственный технический университет

Кафедра «Общей физики»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № _____

(название лабораторной работы)

Выполнил студент группы _____

(Ф.И.О)

Отметка о допуске: _____

Отметка о защите: _____

Брянск 20 ____

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Средняя длина свободного пробега

Молекулы газа, совершая хаотическое движение, непрерывно сталкиваются друг с другом. Между двумя *последовательными* столкновениями молекулы проходят некоторый путь, который называется **длиной свободного пробега**.

В общем случае, когда имеют дело с огромным числом хаотически движущихся молекул, говорят о **средней длине свободного пробега молекул** $\langle l \rangle$

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle t}{\langle z \rangle}, \quad (1)$$

где $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекулы, $\langle z \rangle$ – среднее число столкновений, испытываемых одной молекулой за время t . Например, для воздуха (азота) при нормальных условиях среднее число столкновений в одну секунду $\langle z \rangle \approx 8,6 \cdot 10^9$.

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется **эффективным диаметром** молекулы d .

Для определения $\langle z \rangle$ представим молекулу в виде шарика с эффективным диаметром d , которая движется среди других “застывших” молекул (рис. 1). Эта молекула столкнется только с теми молекулами, центры которых находятся от ее центра на расстояниях, равных или меньших d , т.е. лежат внутри “ломаного” цилиндра радиусом d .

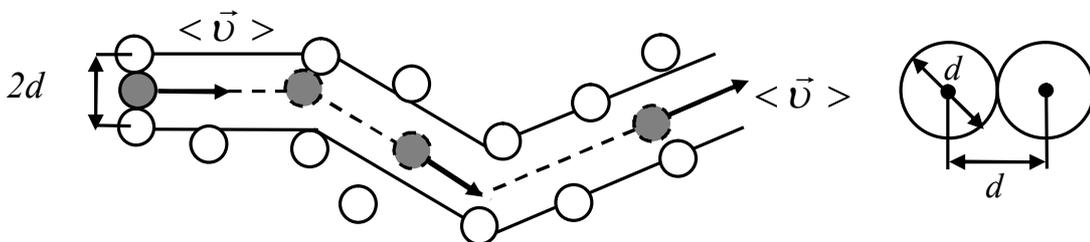


Рис. 1

Если число молекул в единице объема равно n (концентрация), то число молекул в объеме V цилиндра будет равно nV , тогда за

время t среднее число столкновений, испытываемых одной молекулой

$$\langle z \rangle = nV, \quad (2)$$

где $V = \pi d^2 \langle v \rangle t$, тогда

$$\langle z \rangle = n\pi d^2 \langle v \rangle t. \quad (3)$$

Более точные расчеты показывают, что при учете движения других молекул $\langle z \rangle = \sqrt{2} n\pi d^2 \langle v \rangle t$, тогда

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (4)$$

Значения средней длины пробега молекул наиболее известных газов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Средняя длина свободного пробега молекул некоторых газов

Газ	Воздух	Азот	Водород	Кислород
$\langle l \rangle$ при 0° С и 768 мм рт. ст.	$0.60 \cdot 10^{-7}$ м	$0.59 \cdot 10^{-7}$ м	$1.10 \cdot 10^{-7}$ м	$0.63 \cdot 10^{-7}$ м

Зависимость $\langle l \rangle$ от давления

Так как $p = nkT$, тогда, выражая концентрацию n и подставляя ее в формулу (4), получаем, что при постоянной температуре средняя длина свободного пробега обратно пропорциональна давлению

$$\langle l \rangle \sim \frac{1}{p}. \quad (5)$$

Например, при давлении 10^{-6} атм. и $d \approx 10^{-10}$ м средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle \approx 10$ см. Следовательно, если сосуд имеет линейные размеры порядка нескольких сантиметров, то при таком давлении молекулы будут двигаться от стенки к стенке практически без столкновений. При давлении 10^{-9} атм. средняя длина пробега достигает величины порядка нескольких десятков метров.

Зависимость $\langle l \rangle$ от температуры

Из экспериментов следует, что эффективный диаметр молекул убывает с ростом температуры. Поэтому средняя длина свободного пробега с повышением температуры растет. Зависимость $\langle l \rangle$ от T дается формулой Сэзерленда

$$\langle l \rangle = \langle l_\infty \rangle \frac{T}{T + C}, \quad (6)$$

где C – характерная для каждого газа константа, имеющая размерность температуры, $\langle l_\infty \rangle$ – средняя длина свободного пробега при $T = \infty$ (рис. 2).

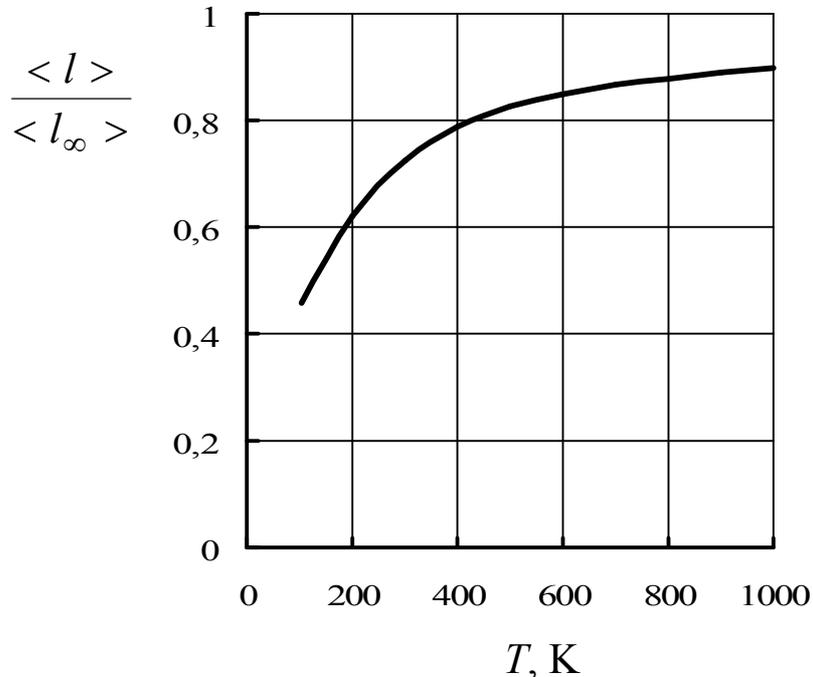


Рис. 2. Зависимость $\langle l \rangle$ от T для кислорода

Вязкость

Вязкость, или внутреннее трение – это свойство всех текучих тел (*жидкостей и газов*) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. Этому свойству мы обязаны, например, тем, что ветер или буря с течением времени утихают.

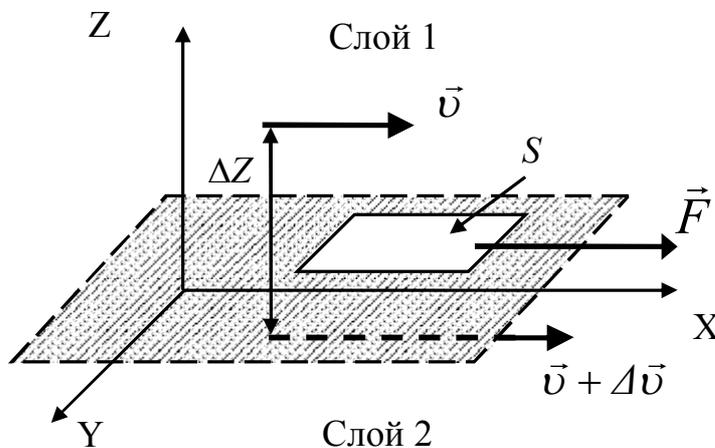


Рис. 3

Если два соприкасающихся слоя жидкости или газа движутся с различными скоростями (рис. 3), то на границе между двумя смежными слоями возникают силы взаимодействия, направленные по касательной к поверхности слоев,

называемые **силами внутреннего трения**. Действия этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося *быстрее*, на слой, движущийся *медленнее*, действует *ускоряющая сила*. Со стороны же слоя, движущегося *медленнее*, на слой, движущийся *быстрее*, действует *тормозящая сила*. Ньютон показал, что *величина силы внутреннего трения* определяется выражением

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta Z} \right| S, \quad (7)$$

где η - **коэффициент внутреннего трения**, или **коэффициент динамической вязкости**; $\frac{\Delta v}{\Delta Z}$ - **градиент скорости**, т.е. величина, показывающая, как быстро изменяется скорость движения газа v в направлении Z , перпендикулярном к поверхности, разделяющей слои; S – площадь поверхности, на которую действует сила F .

Из формулы (7) следует, что **коэффициентом внутреннего трения** η называется величина, численно равная силе внутреннего трения, действующей на единицу площади соприкасающихся слоев, когда градиент скорости равен единице.

Коэффициент вязкости η измеряется в паскаль-секундах $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$. Приборы, используемые для измерения коэффициента вязкости, называются **вискозиметрами**.

Величина, равная отношению коэффициента динамической вязкости жидкости η к ее плотности ρ , называется **кинематическим коэффициентом вязкости** ν

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (8)$$

Молекулярно-кинетическая теория объясняет вязкость *движением и взаимодействием молекул*. В *газах* расстояния между молекулами существенно больше радиуса действия молекулярных сил, поэтому вязкость газов определяется, главным образом, *молекулярным движением*. В *жидкостях*, где расстояния между молекулами много меньше, чем в газах, вязкость обусловлена в первую очередь *межмолекулярным взаимодействием*, ограничивающим подвижность молекул.

Вязкость газов

Возникновение сил внутреннего трения в *газах* обусловлено тем, что молекулы быстрого слоя, попадая при перемешивании слоев вследствие теплового движения в более медленный слой, переносят туда некоторый *импульс* направленного движения и тем самым ускоряют его. В свою очередь молекулы медленного слоя, попадая в более быстрый слой, тормозят его.

Согласно кинетической теории газов, коэффициент внутреннего трения связан с длиной свободного пробега молекул следующим соотношением:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (9)$$

Учитывая, что
$$\rho = \frac{Mp}{RT}, \quad (10)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (11)$$

где ρ – плотность газа, $\langle v \rangle$ – средняя скорость теплового движения молекул, M – молярная масса, p – давление, T – температура, зная η , можно по формуле (9) вычислить $\langle l \rangle$ – среднюю длину свободного пробега молекул воздуха.

Если в формулу (9) подставить (4) и (10), тогда

$$\eta = \frac{m_0 \langle v \rangle}{3\sqrt{2}\pi d^2}, \quad (12)$$

т.е. получили, что вязкость газа определяется массой, диаметром и средней скоростью теплового движения молекул.

Отметим также, что для очень сильно разреженных газов понятие вязкости теряет смысл.

Зависимость η газов от температуры

Коэффициент внутреннего трения зависит от температуры, так как в выражение для η (формула (9)) входит средняя скорость теплового движения молекул $\langle v \rangle$, зависящая от температуры по закону \sqrt{T} (формула (11)). Значит, коэффициент вязкости тоже должен расти с повышением температуры пропорционально \sqrt{T} . В действительности вязкость растет несколько быстрее, чем \sqrt{T} . Это связано с тем, что с повышением температуры растет не только

тепловая скорость молекул, но и уменьшается эффективный диаметр молекул, поэтому возрастает длина свободного пробега и, следовательно, увеличивается изменение импульса, которое молекула с собой приносит.

Зависимость η газов от давления

Вязкость газов не зависит от давления (или плотности) газа. Действительно, если плотность газа *велика*, то в переносе импульса и энергии участвует *много* молекул ($n = \frac{p}{kT}$). Однако импульс и энергия за время между двумя последовательными столкновениями передаются *малыми порциями* и на *малые расстояния* ($\langle l \rangle \sim \frac{1}{p}$).

Если же давление (плотность) *мало*, то и уменьшается число молекул, участвующих в переносе. Но это уменьшение полностью компенсируется тем, что теперь молекулы переносят импульс и энергию *более крупными порциями* и на *большие расстояния*.

Независимость η от давления справедлива, если $\langle l \rangle$ мала, например, по сравнению с диаметром трубки, по которой течет газ.

Вязкость жидкостей

Вязкости жидкостей значительно отличаются от вязкостей газов (табл. 2). Они гораздо больше по величине и резко уменьшаются с повышением температуры.

Таблица 2

Вязкости некоторых жидкостей и газов при нормальном давлении

Жидкости		Газы	
<i>Вещество</i>	η , Па·с (при 20°C)	<i>Вещество</i>	η , Па·с (при 25°C)
Вода	$1 \cdot 10^{-3}$	Воздух	$1.84 \cdot 10^{-5}$
Бензин	$0.65 \cdot 10^{-3}$	Азот	$1.78 \cdot 10^{-5}$
Спирт этиловый	$1.19 \cdot 10^{-3}$	Водород	$0.89 \cdot 10^{-5}$
Кровь (при 37°C)	$2.7 \cdot 10^{-3}$	Кислород	$2.12 \cdot 10^{-5}$
Глицерин	$1500 \cdot 10^{-3}$		

Вязкость в газах определяется средней длиной свободного пробега молекул. Но в жидкостях, как и в очень плотных газах, понятие длины свободного пробега *теряет смысл*. В жидкостях среднее расстояние между молекулами такого же порядка, как размеры самих молекул, поэтому и «свободного» пробега у молекул нет. Каждая молекула жидкости плотно окружена со всех сторон другими молекулами, находящимися на расстоянии порядка ее диаметра ($d \sim 10^{-10}$ м), т.е. находится в силовом поле, создаваемом окружающими ее молекулами. Это поле приближенно можно представить в виде совокупности регулярно расположенных потенциальных барьеров с перепадом потенциальной энергии $\Delta E_{\text{п}}$ (рис. 4).

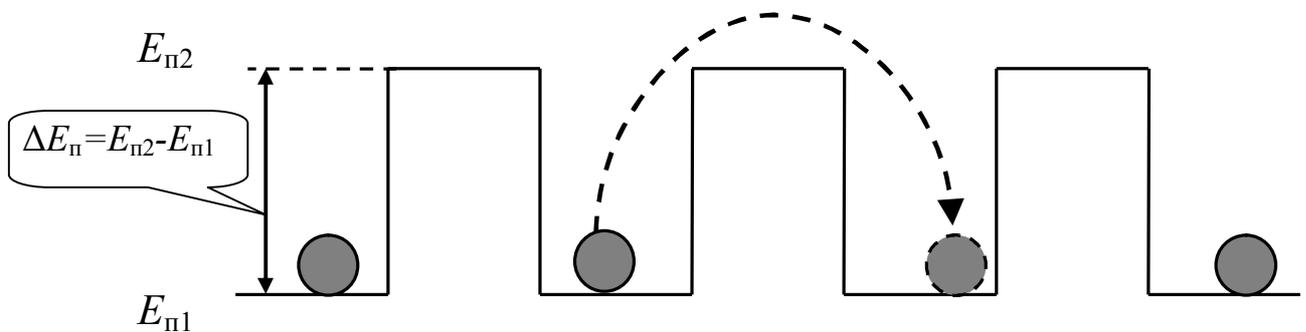


Рис. 4

Молекулы жидкости большую часть времени могут совершать лишь малые колебания около своих положений равновесия с амплитудой, гораздо меньшей межмолекулярных расстояний. Однако время от времени колеблющаяся молекула в результате *флуктуации* может получить от соседних молекул избыточную энергию, достаточную (т.е. больше высоты потенциальных барьеров $\Delta E_{\text{п}}$) для того, чтобы совершить скачок на некоторое расстояние (см. рис. 4). В связи с этим величина $\Delta E_{\text{п}}$ получила название *энергии активации*. В новом месте частица проведет некоторое время, совершая колебания, пока снова не получит нужную для скачка энергию. Такие *колебания около положения равновесия*, сменяющиеся *скачками*, – это и есть тепловые движения молекул жидкости. За 1 с молекула успевает сменить занимаемое место, совершив около 100 млн. (10^8) перескоков и между перескоками от 10^{11} до 10^{13} колебаний около положения равновесия.

Очевидно, что чем сильнее межмолекулярное взаимодействие, тем *ниже подвижность* молекулы и *выше вязкость* жидкости.

Если на колеблющуюся молекулу жидкости некоторого слоя действует постоянная сила со стороны соседнего слоя, то в направлении действия этой силы молекула будет совершать больше скачков, чем в противоположном. Поэтому на хаотическое блуждание молекулы будет накладываться упорядоченное перемещение со скоростью

$$v = (N_1 - N_2)\delta, \quad (13)$$

где δ – средняя длина одного скачка молекулы, N_1 и N_2 – среднее число скачков в единицу времени в направлении приложенной силы и в противоположном направлении соответственно.

Приложенная к жидкости сила совершает работу для образования полости (пустого места) за счет раздвигания тех молекул, между которыми проникает данная молекула. В конечном счете, эта работа идет на увеличение скорости хаотического теплового движения (т.е. часть механической энергии потока переходит во внутреннюю энергию). Если течение жидкости равномерное, то скорость упорядоченного движения v не меняется со временем, т.е. приложенную силу уравнивает сила сопротивления, которая и определяется вязкостью.

Поскольку с изменением температуры частота и амплитуда колебаний молекул меняется, то вязкость будет величиной переменной. При *увеличении температуры жидкости возрастает подвижность* ее молекул, т.е. уменьшается время «оседлой жизни». Это приводит к *уменьшению вязкости*, так как в более нагретой жидкости *вероятность* для перемещения молекул в направлении приложенной силы *возрастает*.

Вязкость большинства жидкостей зависит от температуры по закону

$$\eta = A \cdot e^{\frac{\Delta E_{\text{п}}}{kT}}, \quad (14)$$

где k - постоянная Больцмана, A - множитель, слабо зависящий от температуры T .

При температурах, далеких от точки кипения жидкости ($kT < \Delta E_{\text{п}}$), доминирующим механизмом возникновения вязкости является *межмолекулярное взаимодействие*. С повышением температуры вязкость жидкости уменьшается, так как увеличивается расстояние между молекулами, а молекулярное притяжение уменьшается. При этом увеличивается скорость хаотического

движения молекул, поэтому при высоких температурах ($kT > \Delta E_{\text{п}}$) уже механизм *переноса импульса* молекулами становится доминирующим. Это подтверждается тем, что вязкость жидкостей при температурах, приближающихся к температуре кипения, начинает *возрастать* также, как и в случае газов.

Таким образом, резкое снижение вязкости жидкостей с повышением температуры (далекой от точки кипения) обусловлено уменьшением с ростом температуры энергии активации (рис. 5).

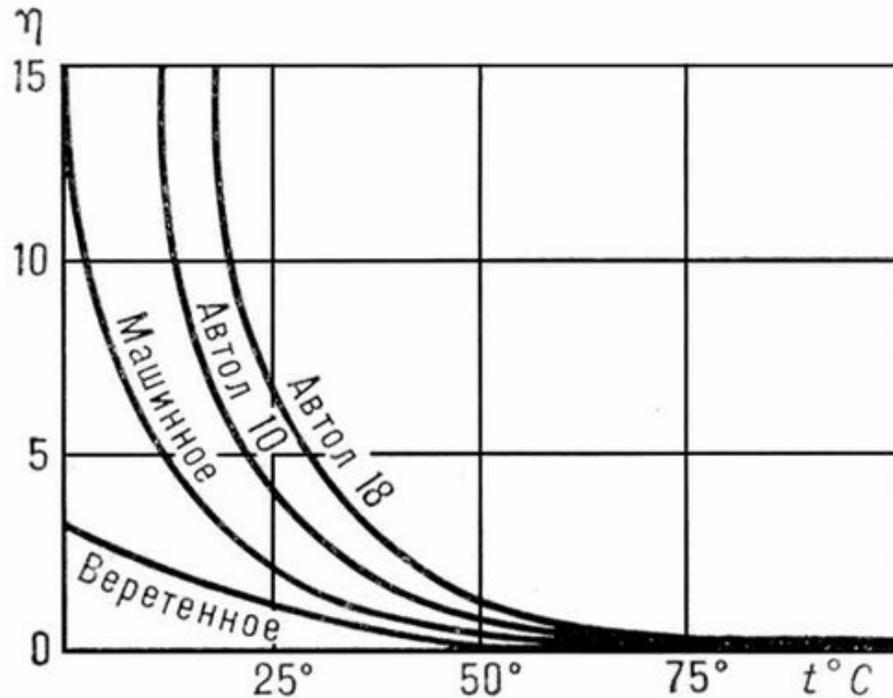


Рис. 5. Вязкости некоторых смазочных масел в зависимости от температуры (η дана в пуазах (пз), 1 пз = 0,1 Па·с).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ И СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель лабораторной работы – знакомство с экспериментальным методом определения коэффициента вязкости, механизмом возникновения внутреннего трения и способом вычисления средней длины свободного пробега молекул воздуха.

Оборудование: установка состоит из манометра, капилляра и двух сосудов, соединенных краном.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ

Пусть газ течет по трубке (капилляре) радиусом R и длиной L . Скорость слоя, непосредственно прилегающего к поверхности трубки, будет равна нулю. По мере удаления от стенок трубки скорость газа увеличивается и у оси трубки она будет максимальной (рис.1).

Чтобы течение было стационарным, сила внутреннего трения, действующая на объем жидкости, находящийся в трубке, должна уравновешиваться разностью сил давления на концах трубки. Чем больше будет разность давлений $(p_1 - p_2)$ и радиус трубки R ,

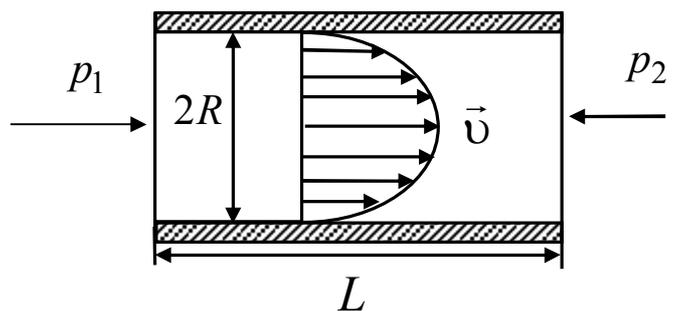


Рис. 1

тем больший объем газа пройдет через сечение трубки в единицу времени. Так как в используемой нами установке сжатие воздуха при протекании его по трубке невелико, то для расчета объема газа V , протекающего за время t через сечение капилляра, можно воспользоваться формулой Пуазейля:

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (p_1 - p_2) t. \quad (1)$$

Из этой формулы мы определяем коэффициент внутреннего трения воздуха

$$\eta = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2) t}{8VL}. \quad (2)$$

При определенном значении скорости течения, зависящем от радиуса трубки, в газе начинают появляться вихри, нарушающие ламинарность течения. Для такого вихревого, или *турбулентного*, течения формула Пуазейля не справедлива. Чем меньше сечение трубы, тем большая скорость требуется для появления вихрей. Чтобы при обычных скоростях течения вихри не могли появиться, труба должна быть очень тонкой (капиллярной).

Установка, применяемая в данной лабораторной работе, изображена на (рис. 2).

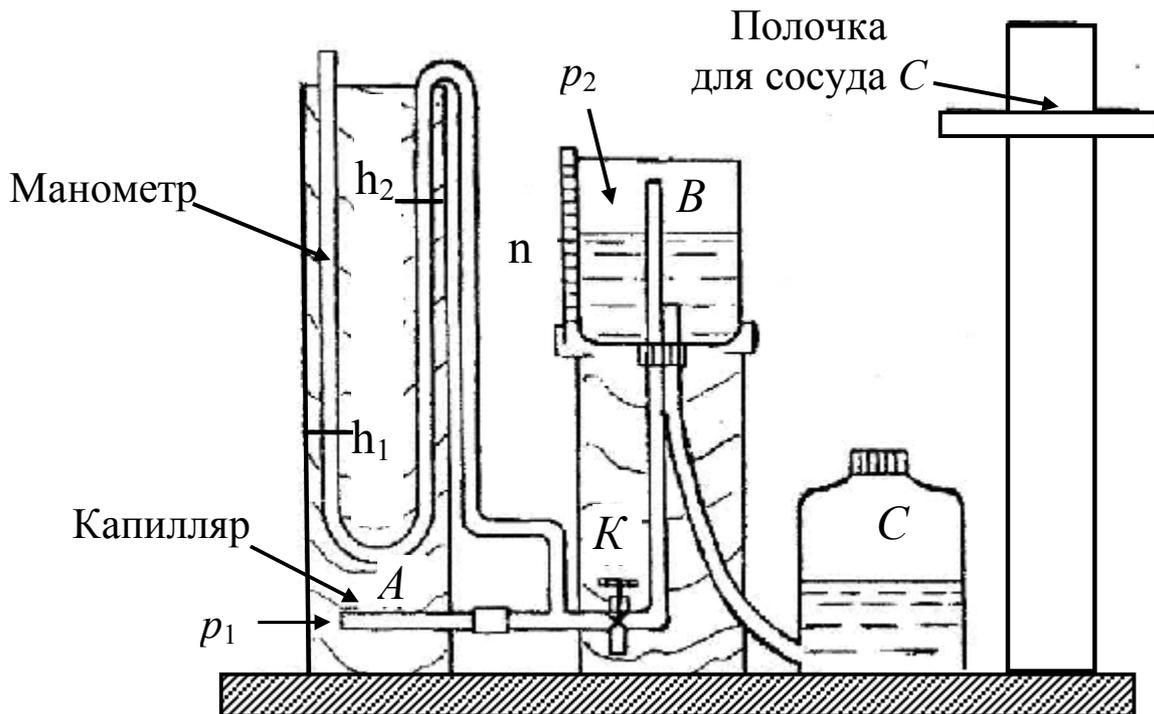


Рис. 2

Основная часть установки – **капилляр** *A*, через который из-за возникающей на его концах разности давлений ($p_1 - p_2$) засасывается воздух из атмосферы в сосуд *B* (p_1 - атмосферное давление на левом конце капилляра, p_2 - давление на правом конце капилляра, равное

давлению воздуха в сосуде B). Возникновение разности давлений $(p_1 - p_2)$ обусловлено перетеканием воды из сосуда B в сосуд C , в результате чего в сосуде B создается *разрежение* ($p_2 < p_1$). Разность давлений на концах капилляра показывает манометр. Объем воздуха V , прошедшего по капилляру за время t , определяется по уменьшению уровня жидкости в сосуде B . Кран K имеет два положения - он соединяет сосуд B либо с капилляром A , либо с атмосферой.

ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ

1. Соблюдайте общие правила техники безопасности при использовании электрических приборов.
2. Не загромождайте рабочее место посторонними предметами и будьте аккуратны со стеклянными сосудами.
3. По завершении работы не забудьте отключить секундомер от сети и поставить сосуд C на полочку.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Поднимите сосуд C на полочку, при помощи крана K соедините сосуд B с атмосферой и наполните его водой выше метки n (n – деление на линейке сосуда B) примерно на 1 см.
2. Снимите с полочки сосуд C и поставьте его на стол. Краном K соедините сосуд B с капилляром. В момент времени, когда уровень воды в сосуде B достигнет метки n , запустите секундомер и запишите начальные показания манометра h_1 и h_2 .
3. Наблюдение продолжайте 14 минут, отмечая каждые две минуты показания манометра h_1 и h_2 .
4. Разность давлений на концах капилляра можно рассчитать по формуле

$$p_1 - p_2 = \rho g(h_2 - h_1), \quad (3)$$

где ρ – плотность жидкости в манометре; g – ускорение силы тяжести; $(h_2 - h_1)$ – разность уровней в манометре.

5. Зная диаметр d сосуда B и разность уровней воды в нем Δh в начале и конце опыта, можно определить объем воздуха V , прошедшего через капилляр. Тогда, преобразуя формулу (2), получаем формулу для расчета коэффициента вязкости воздуха

$$\eta = \frac{R^4 \rho g (h_2 - h_1) t}{2d^2 \Delta n L}, \quad (4)$$

где R – радиус капилляра, L – длина капилляра.

6. Опыт повторить два раза и вычислить среднее значение коэффициента вязкости.

7. Используя формулы $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$, $\rho = \frac{Mp}{RT}$, $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$

и вычислив по формуле (4) η , рассчитайте среднюю длину свободного пробега молекул воздуха $\langle l \rangle$.

8. Определите относительную и абсолютную погрешности полученных результатов и сравните найденные значения коэффициента вязкости и длины свободного пробега молекул воздуха с табличными данными. Данные измерений оформить в виде таблицы.

Таблица

t , с	h_1 , м	h_2 , м	Δh , м	$\Delta h_{\text{ср}}$, м	$\Delta p_{\text{ср}}$, Па	n_1 , м	n_2 , м	Δn , м	η , Па·с	$\langle l \rangle$, м
120										
240										
360										
480										
600										
720										
840										

РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Расчетное уравнение для коэффициента вязкости η :

$$\eta = \frac{R^4 \rho g (h_2 - h_1) t}{2d^2 \Delta n L}. \quad (5)$$

Относительную ошибку вычислите по формуле

$$W = \frac{\sigma_\eta}{\eta_{\text{ср}}} = \sqrt{\left(\frac{4\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta h}}{h_2 - h_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta n}}{\Delta n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2}, \quad (6)$$

где σ – систематические погрешности при определении R , Δh , t , d ,

Δn , L . Систематическими ошибками σ_ρ , σ_g пренебречь. В систематической погрешности $\sigma_{\Delta h}$ учесть также и наличие мениска.

Абсолютную погрешность вычислите по формуле $\sigma_\eta = W\eta_{cp}$. (7)

Ответ представьте в виде $\eta = \eta_{cp} \pm \sigma_\eta$. (8)

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Запишите формулу для определения силы внутреннего трения, назовите все входящие в нее величины.
2. Каков физический смысл коэффициента внутреннего трения?
3. Каков физический смысл градиента скорости и как он направлен?
4. Объясните механизм возникновения внутреннего трения в газах.
5. Почему коэффициент внутреннего трения газов растет с температурой, а у жидкостей убывает?
6. Что такое средняя длина свободного пробега? Запишите формулу, связывающую коэффициент внутреннего трения и среднюю длину свободного пробега, назовите все входящие в нее величины.
7. Как влияет давление и температура газа на длину свободного пробега молекул? Влияет ли давление на коэффициент внутреннего трения газов?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кикоин, А.К. Общий курс физики: учеб. пособие для студентов вузов/ А.К. Кикоин, И.К. Кикоин. – М.: Наука, 1976. – § 35, 36, 48, 49.
2. Матвеев, А.Н. Молекулярная физика: учеб. пособие для студентов вузов/А.Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1981. – § 51, 52.
3. Сивухин, Д.В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов: в 5 т./Д.В. Сивухин.–М.: Физматлит, МФТИ, 2002. – §86, 89.
4. Трофимова, Т.И. Курс физики: учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 2003. – § 46, 48.
5. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика: учеб. пособие для студентов вузов. – 2–е изд., перераб./И.В. Савельев. – М.: Наука, 1999. – § 111, 112.